

# 微波网络分析仪校准过程中校准方程的选择

冯巍巍, 王幼林, 祝宁华

(中国科学院半导体研究所集成光电国家重点实验室, 北京 100083)

**摘要:** 将线性方程组的误差理论应用于微波网络分析仪的夹具校准过程, 提出了一种线性校准方程的通用选取原则, 即选择系数矩阵的条件数最小的组合。用这个原则对 TSD 校准方法进行方程选择, 并将不同方程组合的解与直测数据进行比较, 结果证明根据误差理论选择的方程组合确实得到最精确稳定的解。

**关键词:** 计量学; 微波网络分析仪; 微波测试; 校准; 测试夹具

**中图分类号:** TB973

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1158(2006)03-0269-04

## Choice of Calibration Equations in the Calibration of Microwave Network Analyzer

FENG Wei-wei, WANG You-lin, ZHU Ning-hua

(State Key Laboratory on Integrated Optoelectronics, Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The error theory of linear equation system is applied to the calibration procedure of microwave network analyzer. A general principle for choosing calibration equations is presented, which is related to the condition number of the coefficient matrix of the calibration equations. Small condition number will lead to accurate solutions. This principle is applied to TSD method and the chosen equations give the most similar solutions to the measured results.

**Key words:** Metrology; Microwave network analyzer; Microwave measurement; Calibration; Test fixture

### 1 引 言

由于导致测量误差的原因很多,微波网络分析仪的校准是一个非常复杂的过程。从理论上讲,微波网络分析仪的校准与测试夹具的校准没有本质的区别<sup>[1]</sup>。网络分析仪的测试端口通常是同轴端口,而待测器件通常具有另外的测试端口,如微带线、共面线或其他端口,因此需要测试夹具来连接同轴端口和待测器件端口。此外,被测网络如果包括有源器件,则需要在夹具中加入偏置和阻抗匹配网络。随着测试频率的提高,测试夹具的影响已经达到不可忽略的地步。为了得到真实的待测器件的结果,就必须通过校准过程把测试夹具的影响从测试结果中扣除。

校准时选择不同的网络或器件作为标准,即成为不同的校准方法<sup>[2-9]</sup>。经过三十多年的发展,网络分析仪的校准理论逐渐完善,对校准过程中出现的现象和问题也认识得越来越清楚,如某些校准方法中的频率限制问题<sup>[7,10]</sup>、相位不确定问题<sup>[6]</sup>和线性校准方程的选择问题<sup>[3]</sup>。但是这些问题没有得到彻底解决,特别是线性校准方程的选择问题。

Silvonen<sup>[4]</sup>提出校准方程的线性化,为深入研究各种校准标准之间的关系奠定了基础。采用不同的校准标准,可以得到不同的独立线性方程,且方程数多于未知量的数目。选取不同的方程,给出的校准结果有很大的区别<sup>[11]</sup>,我们称之为线性方程的选择问题。这个问题在许多校准方法中都存在<sup>[3,6,12]</sup>。到目前为止,还没有对这个问题进行全面深入的研究。文献[11]通过实验的方法对 TSM 和 TRL 方法

收稿日期: 2005-01-17; 修回日期: 2005-03-18

作者简介: 冯巍巍(1979-),女,北京人,中国科学院半导体研究所硕士研究生,研究方向为微波网络分析仪校准、光电子器件电路模拟。

wwfeng@red.semi.ac.cn

中校准方程的选择问题进行了初步的探讨,但没有给出线性校准方程选择的一般性原则。

本文将线性方程组的误差理论应用于校准方程的选择问题,给出线性校准方程选择的一般性原则。下面首先介绍选择线性校准方程所涉及的数学原理,提出了校准方程的选择办法;然后以 TSD 方法为例,对线性校准方程进行优化选择,并用实验对结果进行验证。

## 2 线性方程组的误差理论

### 2.1 数学原理

对于线性方程组  $Ax = b$ , 设系数矩阵  $A$  为非奇异矩阵, 矩阵  $A$  的条件数<sup>[13]</sup>可表为

$$\text{cond}(A)_\nu = \|A^{-1}\|_\nu \|A\|_\nu \quad (1)$$

式中,  $\nu = 1, 2$  或  $\infty$ 。当  $\nu = 1, 2, \infty$  时,  $\|A\|_\nu$  分别对应于矩阵  $A$  的列范数、2-范数和行范数。

矩阵的行范数定义为

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (2)$$

根据线性方程组的误差理论, 当系数矩阵的条件数  $\|A^{-1}\| \|A\|$  愈小, 由  $A$  或  $b$  的相对误差引起的解的相对误差就愈小;  $\|A^{-1}\| \|A\|$  愈大, 解的相对误差就可能愈大。由此认为, 当  $A$  的条件数相对地大, 即  $\text{cond}(A)_\nu \gg 1$  时, 方程组  $Ax = b$  是“病态”的, 此时, 矩阵  $A$  或常数项  $b$  的微小变化, 将引起方程组  $Ax = b$  的解的较大变化。相反, 当  $A$  的条件数相对较小, 则方程组  $Ax = b$  是“良态”的。因此,  $\|A^{-1}\| \|A\|$  实际上刻画了解对原始数据变化的灵敏程度。

### 2.2 校准方程解的误差分析

测试的级联网络由夹具 A 和 B 及插入其中的标准组成, 如图 1 所示。

对于传输标准 P, 可以得到下列线性方程<sup>[2,4,8]</sup>

$$S_{A11} + S_{A22} S_{P11} S_{MP11} - \Delta_A S_{P11} + k S_{B11} S_{P21} S_{MP12} = S_{MP11} \quad (3)$$

$$S_{A22} S_{P12} S_{MP11} - \Delta_A S_{P12} - k S_{MP12} + k S_{B11} S_{P22} S_{MP12} = 1 \quad (4)$$

$$S_{A22} S_{P11} S_{MP21} + k S_{B11} S_{P21} S_{MP22} - k \Delta_B S_{P21} = S_{MP21} \quad (5)$$

$$S_{A22} S_{P12} S_{MP21} - k S_{MP22} + k S_{B11} S_{P22} S_{MP22} + k S_{B22} - k \Delta_B S_{P22} = 0 \quad (6)$$

其中:  $\Delta_X = S_{X11} S_{X22} - S_{X12} S_{X21}$  (7)

$$k = S_{A21} / S_{B12} \quad (8)$$

式(7)中 X 为 A 或 B。测试夹具的 7 个未知参量为:  $S_{A11}, S_{A22}, \Delta_A, k, kS_{B11}, kS_{B22}, k\Delta_B$ 。A、B 下标分别表示万方数据

示夹具 A 和 B, 如果 M 与另一个字母连用作为下标, 则表示其为测试得到的参数值, 而 M 后的字母表示在 A、B 夹具中插入的标准。

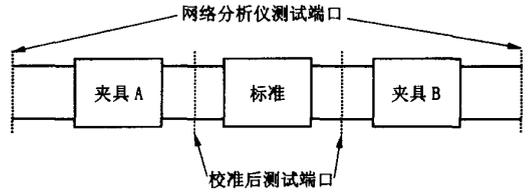


图 1 校准测试网络

在双端口夹具校准中, 对于非对称的夹具, 至少需要 3 个标准, 其中一个必须是传输标准<sup>[7]</sup>。对于一个传输标准的测量, 可以得到 4 个校准方程, 对于任意一个反射标准的测量, 可以得到 2 个方程。因此, 3 个标准得到的校准方程的个数多于未知量的个数。这样, 在校准过程中存在着方程选择的问题。可以预料, 不同的方程组合会产生不同的系数矩阵, 线性方程组的解是否精确与系数矩阵的条件数有很大关系。这也就是本文所要提出的选择校准方程的通用原则, 即系数矩阵条件数最小的方程组合, 将给出相对精确、稳定的校准结果。

## 3 TSD 方法中校准方程的选择

### 3.1 校准方程的优化选择

下面以 TSD 方法为例, 说明选择不同的校准方程将使系数矩阵的条件数有很大的不同, 这就导致线性方程组的解对测量误差的敏感程度也有很大的不同。

TSD 方法使用直通 (Thru)、短路 (Short) 和延迟线 (Delay) 作为标准, 相应的校准方程为

$$S_{A11} + k S_{B11} S_{MT12} = S_{MT11} \quad (T1)$$

$$S_{A22} S_{T12} S_{MT11} - \Delta_A S_{T12} - k S_{MT12} = 0 \quad (T2)$$

$$k S_{B11} S_{T21} S_{MT22} - k \Delta_B S_{T21} = S_{MT21} \quad (T3)$$

$$S_{A22} S_{T12} S_{MT21} - k S_{MT22} + k S_{B22} = 0 \quad (T4)$$

$$S_{A11} + S_{A22} S_{S11} S_{MS11} - \Delta_A S_{S11} = S_{MS11} \quad (S1)$$

$$k S_{MS22} - k S_{B11} S_{B22} S_{MS22} - k S_{B22} + k \Delta_B S_{S22} = 0 \quad (S4)$$

$$S_{A11} + k S_{B11} S_{D21} S_{MD12} = S_{MD11} \quad (D1)$$

$$S_{A22} S_{D12} S_{MD11} - \Delta_A S_{D12} - k S_{MD12} = 0 \quad (D2)$$

$$k S_{B11} S_{D21} S_{MD22} - k \Delta_B S_{D21} = S_{MD21} \quad (D3)$$

$$S_{A22} S_{D12} S_{MD21} - k S_{MD22} + k S_{B22} = 0 \quad (D4)$$

下标中字母 T、S 和 D 分别代表直通、短路和延迟线标准。这种方法使用这 3 个标准得到 T1 ~ T4、S1、S4、D1 ~ D4, 共 10 个方程。但只有 7 个未知量,

故存在多余的方程。当把 Thru 作为第 1 个传输标准, D1 ~ D4 中只有 2 个是独立的, 也就是说只能选择 2 个用于校准计算。这样, T1 ~ T4 必须同时使用。当然, 也可以同时使用 D1 ~ D4, 只选择 T1 ~ T4 中的两个方程。考虑 Thru 和 Delay 都属于传输线, 则两种情况是一致的, 通常采用前一种选择。另外, 已有文献<sup>[1]</sup>指出短路标准的准确性不如直通和传输线, 因此 S1 和 S4 同时使用会带来较大的误差, 故本文只选择 S1 进行分析, 这样会有 6 种组合:

- 组合 1: T1 ~ T4, S1, D1, D2;
- 组合 2: T1 ~ T4, S1, D1, D3;
- 组合 3: T1 ~ T4, S1, D1, D4;
- 组合 4: T1 ~ T4, S1, D2, D3;
- 组合 5: T1 ~ T4, S1, D2, D4;
- 组合 6: T1 ~ T4, S1, D3, D4。

针对 6 种不同的组合, 下面利用具体实验数据来分析系数矩阵的优劣。

所有实验是在同轴环境下进行的。我们先对 HP8720D 网络分析仪在 50 MHz 到 20 GHz 的频率范围内采用网络分析仪内部提供的双端口 SOLT (Short-Open-Line-Thru) 校准方法对网络分析仪进行校准, 然后进行夹具的校准测试。实验中采用 HP85052 标准组件作为校准标准。测试夹具为两端都是同轴接口的衰减器, 此夹具可以直接用网络分析仪测量, 从而可将校准结果与直接测量的结果进行比较。

首先, 组合 2 和组合 5 所产生的系数矩阵的行列式为零, 因此方程组无解。在下面的讨论中, 我们仅考虑另外 4 种组合。将测量得到的线性方程组的系数代入校准方程, 得到 4 种组合的系数矩阵, 进而得到不同频率点系数矩阵的条件数如图 2 所示。

从图 2 可以看出, 4 种组合系数矩阵的条件数有明显不同, 甚至出现量级上的差别。根据前面的线性方程组的误差理论, 组合 3 (T1 ~ T4, S1, D1, D4) 的系数矩阵的条件数明显小于其它 3 种组合的条件数, 这一方程组合将给出相对精确的结果。

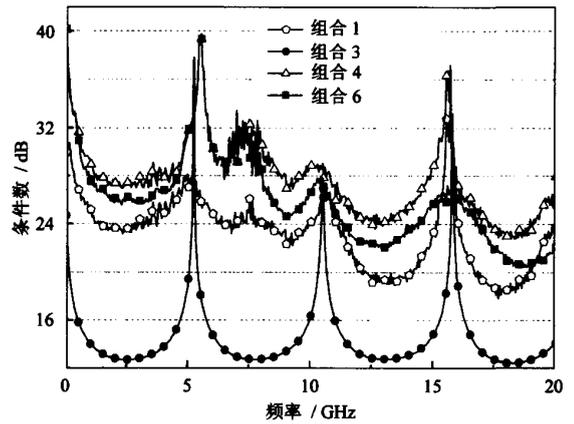


图 2 不同方程组合的条件数曲线

另外, 从图 2 中还可以看到, 各种选择方法的系数矩阵的条件数都在周期性的频率点出现突然的增大。可以预料, 在这些频率点, 校准的精度将变得非常差, 即出现所谓的频率限制问题<sup>[7]</sup>。

### 3.2 实验验证

为了考察本文提出的方法的正确性, 我们比较了各种组合所得到的解。在 50 MHz ~ 20 GHz 测试频率范围内, 测试点的平均误差可由下式计算:

$$\delta x = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_N (x - x_0)^2} \quad (9)$$

其中,  $x$  表示计算所得解,  $x_0$  为直接测量值,  $N$  为测试点个数。比较结果列于表 1。

根据上面的分析和比较可以看出, 对于 TSD 方法, 组合 3 (T1 ~ T4, S1, D1, D4) 的结果最符合直接测试数据。证明我们根据线性方程组的误差理论所得到的结论是正确的。从图 3 给出的结果同样可以看出组合 3 所得到的结果与直接测试数据最吻合。

## 4 结 论

本文以线性方程组的误差理论为依据, 提出一种网络分析仪校准过程中线性校准方程的选择方法。认为不同的方程组合给出不同的校准结果是因为各种组合的方程组系数矩阵的条件数不同; 只有

表 1 不同方程组合的结果比较

组合	平均误差						
	$S_{A11}$	$S_{A22}$	$\Delta_A$	$k$	$kS_{B11}$	$kS_{B22}$	$k\Delta_B$
1. T1 ~ T4, S1, D1, D2	0.003 2	0.043	0.072	0.042	0.006 0	0.025	0.062
3. T1 ~ T4, S1, D1, D4	0.004 5	0.008 7	0.066	0.006 8	0.006 0	0.005 2	0.062
4. T1 ~ T4, S1, D2, D3	0.051	0.064	0.084	0.057	0.087	0.038	0.062
6. T1 ~ T4, S1, D3, D4	0.072	0.012	0.092	0.077	0.087	0.007 7	0.062

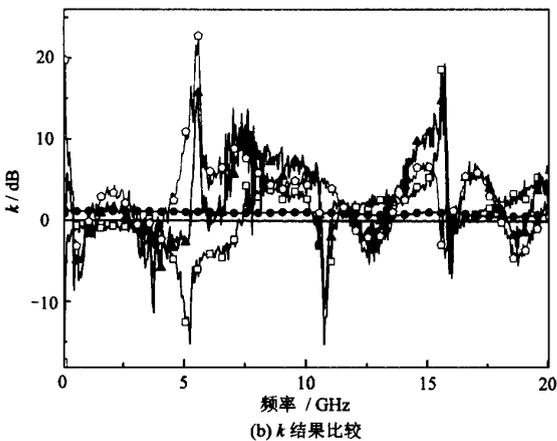
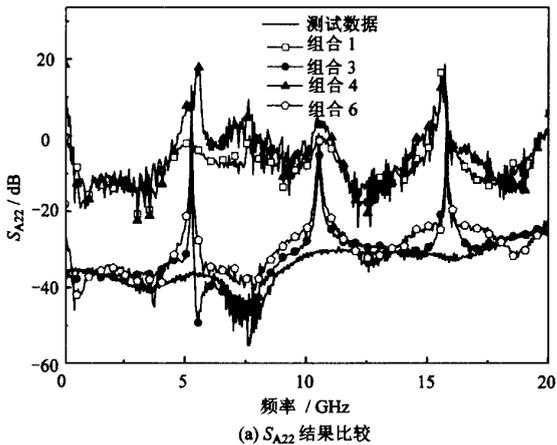


图 3 不同方程组合计算结果与直接测试数据比较

选择系数矩阵的条件数相对小的组合才能够得到精确稳定的解。以 TSD 方法为例,当选择直通得到的 4 个方程、延迟线得到的第 1 和第 4 方程、短路标准得到的 1 个方程(即上节讨论的组合 3)时,线性方程组系数矩阵的条件数最小,从而能够得到最精确的校准结果。并且,由周期性的频率点出现条件数的骤增可以预言频率限制点的存在。这种方法还可以应用于其它校准方法线性校准方程的选择。

[ 参 考 文 献 ]

[1] Zhu N H, Wang Y L, Chen Z Y. Calibration of microwave network analyzer[J]. *Science in China, Series E*, 2004, 47

(2): 141 ~ 149.

- [2] Speciale R A. A generalization of the TSD network-analyzer calibration procedure, covering  $n$ -port scattering-parameter measurements, affected by leakage errors[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1977, 25(12): 1100 ~ 1115.
- [3] Engen G F, Hoer C A. Thru-reflect-line: An improved technique for calibrating the dual six-port automatic network analyzer[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1979, 27(12): 987 ~ 993.
- [4] Silvonen K J. Calibration of test fixtures using at least two standards[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1991, 39(4): 624 ~ 630.
- [5] Silvonen K J. A general approach to network analyzer calibration[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1992, 40(4): 754 ~ 759.
- [6] Zhu N H. Phase uncertainty in calibrating microwave test fixtures[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1999, 47(10): 1917 ~ 1922.
- [7] Eul H J, Schiek B. A generalized theory and new calibration procedures for network analyzer self-calibration[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1991, 39(4): 724 ~ 731.
- [8] Jargon J A, Marks R B, Rytting D K. Robust SOLT and alternative calibrations for four-sampler vector network analyzers[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1999, 47(10): 2008 ~ 2013.
- [9] Zhu N H, Auracher F. Correlation of calibration equations for test fixtures[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1999, 47(10): 1949 ~ 1953.
- [10] Marks R B. A multiline method of network analyzer calibration[J]. *IEEE Trans Microwave Theory and Tech*, 1991, 39(7): 1205 ~ 1215.
- [11] 王幼林,陈振宇,钱辰,祝宁华. 线性 TSM 和 TRL 校准方法中方程的选择[J]. *电子学报*, 2003, 31(5): 714 ~ 716.
- [12] Eul H J, Schiek B. Reducing the number of calibration standards for network analyzer [J]. *IEEE Trans Instrumentation and Measurement*, 1991, 40(8): 732 ~ 735.
- [13] 李庆扬,王能超,易大义. 数值分析[M]. 武汉:华中科技大学出版社,1986,192 ~ 194.

## 微波射频测试仪器使用操作培训

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,致力并专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,推出多套微波射频以及天线设计培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

易迪拓培训课程列表: <http://www.edatop.com/peixun/rfe/129.html>



### 微波射频测量仪器操作培训课程合集

搞硬件、做射频,不会仪器操作怎么行!对于射频工程师和硬件工程师来说,日常电路设计调试工作中,经常需要使用各种测试仪器测量各种电信号来发现问题、解决问题。因此,熟悉各种测量仪器原理,正确地使用这些测试仪器,是微波射频工程师和硬件工程师必须具备和掌握的工作技能,该套射频仪器操作培训课程合集就可以帮助您快速熟练掌握矢量网络分析仪、频谱仪、示波器等各种仪器的原理和使用操作...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/rftest/vna/67.html>

### 矢量网络分析仪使用操作培训课程套装

矢量网络分析仪是最常用的测试仪器是射频工程师和天线设计工程师最常用的测试仪器;该套培训课程套装是国内最专业、实用和全面的矢量网络分析仪培训教程套装,包括安捷伦科技和罗德施瓦茨公司矢量网络分析仪的 5 套视频培训课程和一本矢网应用指南教材,能够帮助微波、射频工程师快速地熟练掌握矢量网络分析仪使用操作...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/rftest/vna/34.html>



### 示波器使用操作培训课程套装

示波器是硬件和射频工程师几乎在每天的工作中都会用到仪器,因此掌握示波器的原理并能够正确使用示波器是所有从事电子硬件电路设计和调试的工程师必须具备的最基本的技能。本站推出的示波器视频培训课程套装既有示波器的基本原理以及示波器性能参数对测量结果影响的讲解,也有安捷伦和泰克多种常用示波器的实际操作讲解,能够帮助您更加深入地理解手边常用的示波器从而更加正确地使用示波器...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/rftest/osc/49.html>